ЛЕКЦИЯ 5.
ВЯЗКОУПРУГИЕ МАТЕРИАЛЫ: МОДЕЛЬ ФОЙХТА. МОДЕЛЬ МАКСВЕЛЛА.

Лектор: PhD старший преподаватель
Березовская Ирина Эдуардовна

Вязкоупругие материалы

В случае вязкой *жидкости вся подведенная к ней механическая энергия полностью диссипирует в тепло.* Идеально упругие системы *при их деформировании способны накапливать подведенную к ним энергию и снова возвращать ее вовне при снятии напряжения.*

Вязкоупругий материал *обладает обоими этими свойствами одновременно и может проявлять как упругое восстановление формы, так и вязкое течение.*

Рассмотрим вначале простой случай, предполагая, что *вязкая составляющая характеризуется законом Ньютона, а упругая подчиняется закону Гука.*

Такое тело называется **телом Максвелла**

Вязкоупругие материалы

Максвелл обратил внимание на то, что такое высоковязкое вещество, как смола, нельзя относить ни к твердым телам, ни к жидкостям. Если напряжение прикладывается медленно, либо действует продолжительное время, то смола обнаружит течение, т.е. будет вести себя как обыкновенная вязкая жидкость. В этом случае деформация будет непрерывно и необратимо возрастать во времени, а скорость деформации будет пропорциональна приложенному напряжению, подчиняясь закону Ньютона.

Если приложенное напряжение действует весьма быстро, то смола испытывает Гукову деформацию, пропорциональную напряжению образца.

При установившемся течении под действием сдвигового напряжения τ за единицу времени произойдет деформация сдвига, равная $\dot{\gamma} = \dfrac{\tau}{\mu_0}$, где μ_0 – коэффициент ньютоновской вязкости. Предположим теперь, что напряжение сдвига возрастает очень быстро и за время dt изменяется от τ до τ+dτ. Тогда за это время материал получит дополнительную деформацию сдвига $\dfrac{d\tau}{G}$, где G – модуль сдвига. За единицу времени произойдет деформация сдвига, равная $\dfrac{\dot{\tau}}{G}$.

$$\boxed{\dot{\gamma} = \frac{\tau}{\mu_0} + \frac{\dot{\tau}}{G}} \qquad (1.3.1)$$

- полная скорость сдвига

Перепишем уравнение Максвелла в иной форме:

$$\tau + t_0 \dot{\tau} = \mu_{0\gamma} \dot{\gamma}, \qquad \left(t_0 = \frac{\mu_0}{G} \right) \quad (1.3.2)$$

Постоянная t_0 имеет размерность времени. Выясним ее смысл. Допустим, что в максвелловской жидкости создана некоторая деформация, которая в дальнейшем поддерживается постоянной. Развивающееся в этом случае течение постепенно будет ослаблять приложенное напряжение, и потребуется все меньше усилий, чтобы сохранить постоянную деформацию.

При этих условиях ($\tau\big|_{t=0} = \tau_0,\ \gamma = const,\ \dot{\gamma} = 0$) из уравнения (1.3.2) получим:

$$\tau = \tau_0 \exp\left(-\frac{t}{t_0} \right) \quad (1.3.3)$$

Это выражение дает возможность проследить закон ослабления (релаксации) напряжения сдвига со временем. Релаксация происходит по экспоненциальному закону и через промежуток времени

$$t = t_0 = \frac{\mu_0}{G}$$

напряжение уменьшается приблизительно в 2,7 раза по сравнению с первоначальным значением τ_0, т.е. в *e* раз.

Этот промежуток времени t_0 называется **временем (периодом) релаксации**.

- При весьма быстрых механических в воздействиях ($t \ll t_0$) вещество вначале ведет себя как идеально упругое тело.

- В дальнейшем, когда $t \gg t_0$, развивающееся течение перерывает упругую деформацию, и материал можно рассматривать как простую ньютоновскую жидкость.

- Лишь когда рассматривается время $t \sim t_0$, налагающиеся эффекты упругости и вязкости действуют одновременно. Тогда и проявляется сложная природа деформации.

Тело Максвелла, характеризующееся *последовательностью действия сил упругости и вязкости*, не является единственным представителем вязкоупругих материалов. Другой подход к определению совместного действия сил вязкости и упругости был предложен Фойхтом: *параллельное действие названных сил*, при котором общее касательное напряжение τ представляется простой суммой упругого напряжения

$\tau_1 = G\gamma$ (γ- деформация сдвига, G – модуль сдвига) и $\tau_2 = \mu_0\dot{\gamma}$

(***μ₀*** – динамический коэффициент вязкости, $\dot{\gamma}$ – скорость сдвига):

$$\tau = \tau_1 + \tau_2 = G\gamma + \mu_0\dot{\gamma} \qquad (1.3.4)$$

Интегрирование этого уравнения в предложении о постоянстве приложенного напряжения ($\tau = \tau_0$=const) и равенстве нулю начальной деформации ($\gamma\big|_{t=0} = 0$) приводит к соотношению:

$$\gamma = \frac{\tau_0}{G}\left[1 - \exp\left(-\frac{Gt}{\mu_0}\right)\right] \quad (1.3.5)$$

выражающему явление *запаздывания* установления при $t \to \infty$ упругой деформации $\left(\frac{\tau_0}{G}\right)$ под действием постоянного напряжения. Постоянная $\frac{\mu_0}{G}$ играет здесь роль характерного времени процесса и называется **временем запаздывания**.